Lineare Gleichungen

1) a) $8+6x=20 \Leftrightarrow 6x=12 \Leftrightarrow x=2$

b) $-3+5x=17 \Leftrightarrow 5x=20 \Leftrightarrow x=4$

c) $4x-12=44 \Leftrightarrow 4x=56 \Leftrightarrow x=14$

d) $10=24-7x \Leftrightarrow 7x=14 \Leftrightarrow x=2$

2) a) $8x+22-x=100-11x-42 \Leftrightarrow 7x+22=58-11x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 18x=36 \Leftrightarrow x=2$

b) $9x=7x+16+5x+7+10x \Leftrightarrow 9x=23+22x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 13x=-23 \Leftrightarrow x=-{}^{23}/_{13}$

c) $19-3x-23=10+2x-34 \Leftrightarrow -4-3x=2x-24$

$\Leftrightarrow 5x=20 \Leftrightarrow x=4$

d) $29x+39-34x=49-20x-10 \Leftrightarrow -5x+39=39-20x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 15x=0 \Leftrightarrow x=0$

3) a) $5(5+2x)=9+4x \Leftrightarrow 25+10x=9+4x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6x=-16 \Leftrightarrow x=-{}^{8}/_{3}$

b) $0=4(10-2x)-3(x-5) \Leftrightarrow 0=40-8x-3x+15$

$\Leftrightarrow 0=55-11x \Leftrightarrow 11x=55 \Leftrightarrow x=5$

c) $2^3(x-3^2)=3^2(x-2^3) \Leftrightarrow 8(x-9)=9(x-8) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8x-72=9x-72 \Leftrightarrow x=0$

d) $5x-(1+2x)=11 \Leftrightarrow 5x-1-2x=11 \Leftrightarrow 3x=12 \Leftrightarrow x=4$

e) $x-(x-(x-1)-1)-1=x-1 \Leftrightarrow x-(x-x+1-1)-1=x-1$

$\Leftrightarrow x-1=x-1 \Leftrightarrow 0=0$ (w) $\Rightarrow L=D$

f) $1-2(x-3(x-4(x-5)))=11^2 \Leftrightarrow 1-2(x-3(x-4x+20))=121$

$\Leftrightarrow 1-2(x-3(-3x+20))=121 \Leftrightarrow 1-2(x+9x-60)=121$

$\Leftrightarrow 1-2(10x-60)=121 \Leftrightarrow 1-20x+120=121 \Leftrightarrow -20x=0 \Leftrightarrow x=0$

Name | Klasse | Datum | Seite 214 | Blatt

Lineare Gleichungen

4) a) $\frac{0,27}{3}x + 2(x-3) = (-0,3)^2(5+x) + 2x$

$\Leftrightarrow 0,9x + 2x - 6 = 4,5 + 0,9x + 2x \Leftrightarrow -6 = 4,5$ (f) $\Rightarrow L = \{\}$

b) $4x - \frac{8x}{2} + \frac{1}{2}(2x-7) = 0,7(x-5) + x$

$\Leftrightarrow 4x - 4x + x - 7/2 = 0,7x - 3,5 + x \Leftrightarrow 0,7x = 0 \Leftrightarrow x = 0$; $L = \{0\}$

c) $5x - \frac{1}{3}(2x+7) = 5 - 13 \cdot (2 - \frac{x}{3})$

$\Leftrightarrow 5x - \frac{2}{3}x + \frac{7}{3} = 5 - 26 + \frac{13}{3}x \Leftrightarrow -\frac{7}{3} = -21$ (f) $\Rightarrow L = \{\}$

d) $\frac{2}{3}(x-5) + 2x = x - \frac{2}{3}(5-x) + x$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x - \frac{10}{3} + 2x = 2x - \frac{10}{3} + \frac{2}{3}x \Leftrightarrow 0 = 0$ (w) $\Rightarrow L = \mathbb{D}$

5) a) $\frac{5x}{12} + \frac{1}{3} = 0 \quad | \cdot 12 \Leftrightarrow 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{5}$

b) $\frac{2x+5}{7} = 2 \Leftrightarrow 2x + 5 = 14 \Leftrightarrow x = 4,5$

c) $\frac{2x+4}{3} = \frac{2-7x}{3} \Leftrightarrow 2x + 4 = 2 - 7x \Leftrightarrow 9x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{9}$

d) $\frac{2x+6}{3} = x + 1 \Leftrightarrow 2x + 6 = 3x + 3 \Leftrightarrow x = 3$

e) $6x - \frac{x-3}{2} = 5x + \frac{3+x}{2} \Leftrightarrow 12x - (x-3) = 10x + 3 + x \Leftrightarrow 11x = 11x$

(w) $\Rightarrow L = \mathbb{D}$

f) $5 \cdot \frac{x-2}{9} - (2x-1) \cdot 3 = \frac{7}{3} \cdot \frac{9x+10}{5} \quad | \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

$\Leftrightarrow 25(x-2) - 135(2x-1) = 21(9x+10)$

$\Leftrightarrow 25x - 50 - 270x + 135 = 189x + 210$

$\Leftrightarrow -434x = 125 \Leftrightarrow x = -\frac{125}{434}$

6) $x = 1$

Lineare Gleichungen NR. 8

8) a) $a+bx=1 \Leftrightarrow bx=a-1 \Leftrightarrow x=\frac{a-1}{b}$

b) $(a+b)x=2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{a+b}$

c) $7+(a-b)x=3 \Leftrightarrow (a-b)x=-4 \Leftrightarrow x=\frac{-4}{a-b}=\frac{4}{b-a}$

d) $ax=1-bx \Leftrightarrow ax+bx=1 \Leftrightarrow x(a+b)=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{a+b}$

e) $4-(a+2b)x=0 \Leftrightarrow (a+2b)x=4 \Leftrightarrow x=\frac{4}{a+2b}$

f) $(x+a)\cdot b=2a \Leftrightarrow bx+ab=2a \Leftrightarrow bx=2a-ab \Leftrightarrow x=\frac{2a-ab}{b}$

g) $2(x+a)=8a \Leftrightarrow x+a=4a \Leftrightarrow x=3a$

h) $2x-4a=ax \Leftrightarrow 2x-ax=4a \Leftrightarrow x(2-a)=4a \Leftrightarrow x=\frac{4a}{2-a}$

i) $1-2ax+2a=x \Leftrightarrow x+2ax=1+2a \Leftrightarrow x(1+2a)=1+2a \Leftrightarrow x=1$

j) $2x-ax=4+ax \Leftrightarrow 2x-2ax=4 \Leftrightarrow x(2-2a)=4 \Leftrightarrow x=\frac{2}{1-a}$

k) $3a+6x=4ax+3 \Leftrightarrow 6x-4ax=3-3a \Leftrightarrow x=\frac{3-3a}{6-4a}$

l) $12a^2x+12ax=6 \Leftrightarrow x(12a^2+12a)=6 \Leftrightarrow x=\frac{2\cdot 3}{6(2a^2+2a)}=\frac{1}{2a^2+2a}$

---

7) a) $3(x^2-4)-3x^2-15x=0 \Leftrightarrow 3x^2-12-3x^2-15x=0 \Leftrightarrow x=-5/4$

b) $(2+x)^2+(x-3)\cdot 2x-(-2x)^2=1-(1-x)^2$

$\Leftrightarrow 2^2+4x+x^2+2x^2-6x-4x^2=1-1+2x-x^2 \Leftrightarrow 4x=4 \Leftrightarrow x=1$

c) $(x-1)^2-3(x-2)-x(1+x)=2x-3$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1-3x+6-x^2-x^2=2x-3 \Leftrightarrow -8x=-10 \Leftrightarrow x=5/4$

d) $(x+5)^2+(x-5)^2=(x+5)(x-5)$

$\Leftrightarrow x^2+10x+25+x^2-10x+25=x^2-25 \Leftrightarrow x^2=-75 \Rightarrow L=\{\}$ ($x^2>0$)

Lineare Gleichungen

9)

a) $2+\frac{x}{a}=3 \Leftrightarrow 2a+x=3a \Leftrightarrow x=a$

b) $\frac{4}{b}+\frac{x}{a}=8 \Leftrightarrow 4a+bx=8ab \Leftrightarrow bx=8ab-4a \Leftrightarrow \underline{x=\frac{8ab-4a}{b}}$

c) $\frac{4}{b}-\frac{x}{ab}=8b \Leftrightarrow 4a-x=8ab^2 \Leftrightarrow \underline{x=4a-8ab^2}$

d) $\frac{4}{b}-\frac{x}{ab}=\frac{x}{a} \Leftrightarrow 4b-x=bx \Leftrightarrow bx+x=4b \Leftrightarrow \underline{x=\frac{4b}{b+1}}$

e) $\frac{x}{a-b}=ax \Leftrightarrow x=ax(a-b) \Leftrightarrow x=a^2x-abx$

$\Leftrightarrow a^2x-abx-x=0 \Leftrightarrow x(a^2-ab-1)=0 \Leftrightarrow \underline{x=0}$

f) $\frac{a+2x}{a+2b}=4x \Leftrightarrow a+2x=4x(a+2b) \Leftrightarrow a+2x=4ax+8bx$

$\Leftrightarrow 4ax+8bx-2x=a \Leftrightarrow x(4a+8b-2)=a \Leftrightarrow \underline{x=\frac{a}{4a+8b-2}}$

g) $\frac{x+2a}{2-a}+\frac{2-x}{a-2}+\frac{a^2}{2}=1$ | $\frac{(2-x)\cdot(-1)}{(a-2)\cdot(-1)}=\frac{-2+x}{-a+2}=\frac{x-2}{2-a}$

$\Leftrightarrow \frac{x+2a}{2-a}+\frac{x-2}{2-a}+\frac{a^2}{2}=1 \quad | \cdot 2(2-a)$

$\Leftrightarrow 2(x+2a)+2(x-2)+a^2(2-a)=2(2-a)$

$\Leftrightarrow 2x+4a+2x-4+2a^2-a^3=4-2a$

$\Leftrightarrow 4x=8-6a+2a^2+a^3$

$\Leftrightarrow \underline{x=2-\frac{3}{2}a+\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{4}a^3}$

Eine gute Übung in Bruchrechnen ist die Probe:

z.B 8b): Linke Seite: $\frac{4}{b}+\underbrace{\frac{8ab-4a}{b\ a}}_{=x}=\frac{4a}{ab}+\frac{8ab-4a}{ab}=8$

$\Rightarrow$ Linke Seite = Rechte Seite $\Rightarrow$ L ist ok.